2. વર્તુળાકાર ગતિ
(Circular Motion)

—— x —— x ——

* નીચેનાની વ્યાખ્યા આપો :

1. બળ (Force) : ધક્કા કે તણાવના રૂપમાં બાહ્ય કે જે (1) સ્થિર પદાર્થમાં ગતિ ઉત્પન્ન કરે કે કરવાનો પ્રયત્ન કરે છે, ગતિમાં રહેલા પદાર્થને અટકાવે કે અટકાવવાનો પ્રયત્ન કરે, પદાર્થની ગતિની દિશા બદલે કે બદલવાનો પ્રયાસ કરે તેને બળ કહે છે.

બળ = દળ × પ્રવેગ

$\therefore F = ma$

SI unit - N and CGS unit - dyne

બળનો SI એકમ ન્યૂટન (N) છે. અને CGS એકમ ડાઇન (dyne) છે

2. રેખીય વેગમાન (Linear Momentum): પદાર્થના બળ (m) અને વેગ $\vec{v}$ ના ગુણાકારને તે પદાર્થનું રેખીય વેગમાન ($\vec{p}$) કહે છે.

$\therefore$ રેખીય વેગમાન = દળ × વેગ

$\vec{p} = m\vec{v}$

રેખીય વેગમાનનો SI એકમ $kg\ m s^{-1}$ અને CGS એકમ $g\ cm s^{-1}$ છે.

Scanned with OKEN Scanner

3. બળનો આઘાત (Impulse):
પદાર્થ પર લાગતું બળ F અને તે લાગતું હોય તે દરમ્યાનના સમયગાળાના ગુણાકારને બળનો આઘાત કહે છે.

$$F = \frac{dP}{dt}$$

બળનો આઘાત = વેગમાનનો ફેરફાર

તેનો SI એકમ NS અથવા $kg\, m\, s^{-1}$ છે અને CGS એકમ ડાઇન - સેકન્ડ અથવા $g\, cm\, s^{-1}$ છે.

4. વર્તુળાકાર ગતિ (Motion of a body in a circle):
અચળ વેગથી, નિશ્ચિત ત્રિજ્યા ધરાવતા વર્તુળમાં કોઈપણ પદાર્થ ગતિ કરતો હોય તો તેને વર્તુળ ગતિ કહે છે.

5. કોણીય સ્થાનાંતર (Angular displacement):
કોણીય સ્થાનાંતર એ નિર્ધારિત બિંદુ સાપેક્ષે વર્તુળ ગતિ ધરાવતા આપેલ પદાર્થ માટે પ્રારંભિક અને અંતિમ સ્થિતિ વચ્ચેના કોણને કોણીય સ્થાનાંતર કહે છે.

$$\text{ખૂણો } \theta = \frac{\text{ચાપની લંબાઈ}}{\text{વર્તુળની ત્રિજ્યા}}$$

→ ખૂણાને રેડિયનમાં માપવામાં આવે છે.
વર્તુળના કેન્દ્ર આગળ, વર્તુળની ત્રિજ્યા ધરાવતી ચાપ જે ખૂણો બનાવે તેને radian કહે છે.

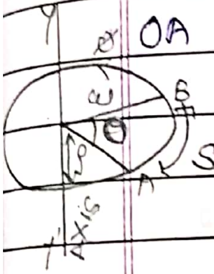
∴ કેન્દ્ર આગળ બનતો ખૂણો $\theta = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$ radian

→ 1 રેડ $= \frac{360}{2\pi} = 57^\circ 3'$

6. કોણીય વેગ (Angular velocity):

વર્તુળ ગતિ કરતો પદાર્થ એકમ સમયમાં કેન્દ્ર આગળ જે ખૂણો બનાવે તેને કોણીય વેગ કહે છે.
તેની સંજ્ઞા ω (ઓમેગા) છે.

→ ધારો કે એક પદાર્થ r ત્રિજ્યાના વર્તુળ ગતિમાં ફરે છે. કોઈ એક પળે વસ્તુ A સ્થાન પર છે અને t સેકન્ડના અંતે B સ્થાન ઉપર પહોંચે છે. આમ ત્રિજ્યા OA, t sec સમયમાં ખૂણો ∠AOB = θ બનાવે છે.



$$\text{કોણીય વેગ } \omega = \frac{\text{કોણીય અંતર}}{\text{સમય}}$$

$$\therefore \text{કોણીય વેગનો એકમ} = \frac{\text{રેડિયન}}{\text{સેકન્ડ}} = \frac{rad}{s}$$

7. કેન્દ્રગામી બળ (centripetal force):

વર્તુળના કેન્દ્ર તરફ ત્રિજ્યા ઉપર લાગતું બળ કે પદાર્થને ખેંચવાના લીધે, વર્તુળપથ પર ગતિ કરાવે છે તેને કેન્દ્રગામી બળ કહે છે.

→ કેન્દ્રગામી બળની લીધે ઉત્પન્ન થતા પ્રવેગને કેન્દ્રગામી પ્રવેગ કહે છે.

8. કેન્દ્રત્યાગી બળ (centrifugal force):

અચળ વેગથી, વર્તુળગતિ કરતાં પદાર્થ ઉપર તેના કેન્દ્રથી દૂર લઈ જવા માટે જે બળ લાગે તેને કેન્દ્રત્યાગી બળ કહે છે.

Scanned with OKEN Scanner

Q.1 કોણીય વેગ અને આવર્તન સમય વચ્ચેનો સંબંધ સમજાવો.

→

ધારો કે એક પદાર્થ અચળ વર્તુળ ગતિ કરે છે. તેનો કોણીય વેગ ω છે અને આવર્તન સમય T છે. એક પરિભ્રમણમાં પદાર્થ 2π radian ખૂણો બનાવે છે તેને માટે T sec સમય લે છે.

$$\text{કોણીય વેગ } (\omega) = \frac{\text{બનાવેલો ખૂણો } (2\pi)}{\text{સમય } (T)}$$

$$\therefore \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Q.2 કોણીય વેગ અને આવૃત્તિ વચ્ચેનો સંબંધ જણાવો.

→

~~ધારો કે એક પદાર્થ અચળ વેગ v થી વર્તુળ ગતિ કરે છે અને તે કેન્દ્ર આગળ A થી B સુધી ત્યાં θ ખૂણો બનાવે છે. અંતર S કાપવા માટે t સેકન્ડ સમય (t) છે.~~

ધારો કે એક પદાર્થ વર્તુળ ગતિ કરે છે તેનો કોણીય વેગ ω અને આવૃત્તિ f છે.

$$\frac{1}{T} = f$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \left(\because \frac{1}{T} = f\right)$$

$$\therefore \omega = 2\pi f$$

Scanned with OKEN Scanner

પ્ર.૩ કોણીય પ્રવેગ અને રૈખિક પ્રવેગ વચ્ચેનો સંબંધ જણાવો.

→ ધારો કે એક પદાર્થ અચળ વેગ v થી વર્તુળ ગતિ કરે છે અને તે કેન્દ્ર આગળ A થી B સુધી જતાં θ ખૂણો બનાવે છે. અંતર S કાપવા માટે t સેકન્ડ લે છે.

વેગ $v = \frac{S}{t} = \frac{\text{અંતર}}{\text{સમય}}$

$v = \frac{r\theta}{t}$ ($\because S = r\theta$)

પણ $\frac{\theta}{t} = \omega$ $\therefore v = r\omega$

જ્યાં, θ = કોણીય સ્થાનાંતર

S = ચાપની લંબાઈ

ω = કોણીય વેગ

v = રેખીય વેગ

r = ત્રિજ્યા

→ કોણીય પ્રવેગને કોણીય વેગના ફેરફારના દર તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

કોણીય પ્રવેગ $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$ rad/s²

→ પદાર્થના રેખીય પ્રવેગ (a) અને કોણીય પ્રવેગ વચ્ચેનો સંબંધ :

$a = r\frac{d\omega}{t}$

કેન્દ્રીય પ્રવેગ = પરિભ્રમણની અક્ષથી પદાર્થનું અંતર × કોણીય પ્રવેગ

$$\therefore a = r\alpha$$

Q.5 રેખીય વેગમાનના સંરક્ષણનો નિયમ સવિસ્તર જણાવો.

→ અલગ કરેલાં તંત્રનું કુલ વેગમાન અચળ રહે છે.

Recoil of gun:

→ રાઇફલમાંથી છોડેલી ગોળી (બુલેટ) આગળ જાય ત્યારે રાઇફલ પાછળની દિશામાં ધકેલાય છે. જો રાઇફલ વડે બુલેટ પર $\vec{F}$ હોય તો બુલેટ વડે રાઇફલ પર લાગતું બળ $-\vec{F}$ થાય.

→ બુલેટ છોડતાં પહેલાં બુલેટ અને રાઇફલ બંને સ્થિર છે તેમનાં વેગમાન અનુક્રમે P_b અને P_r શૂન્ય છે.

તેથી તેમનું કુલ પ્રારંભિક વેગમાન

$$P_b + P_r = 0 \quad \text{—— (1)}$$

→ હવે ન્યૂટનની ગતિના બીજા નિયમ પરથી...

* બુલેટના વેગમાનનો ફેરફાર $= P'_b - P_b = \vec{F}\Delta t$ —— (2)

* ~~બુલેટ~~ રાઇફલના વેગમાનમાં ફેરફાર $= P'_r - P_r = -\vec{F}\Delta t$ —— (3)

∴ સમીકરણ (2) અને (3) નો સરવાળો કરતાં,

$$\therefore P'_b - P_b + P'_r - P_r = \vec{F}\Delta t - \vec{F}\Delta t$$

$$\therefore P'_b - P_b + P'_r - P_r = 0$$

$$\therefore P'_b + P'_r = P_b + P_r$$

→ એટલે કે,

[(બુલેટ + રાઇફલ)નું અંતિમ વેગમાન] = [(બુલેટ + રાઇફલ)નું પ્રારંભિક વેગમાન]

Q.5 બળના આઘાતની વ્યાખ્યા આપી અને તેના ઉપયોગો જણાવો.

→ પદાર્થ પર લાગતું બળ F અને તે લાગતું હોય તે દરમ્યાનના સમયગાળાના ગુણાકારને બળનો આઘાત કહે છે.

બળનો આઘાત = $F \cdot dt$

$$F = \frac{dp}{dt}$$

બળનો આઘાત = વેગમાનનો ફેરફાર

→ examples :

(1) ક્રિકેટ પ્લેયર જ્યારે દડાનો કેચ કરે છે ત્યારે તેના હાથ પાછળ ખેંચે છે. હાથ પાછળ ખેંચવાથી દડાને રોકવા માટે વધુ સમય મળે છે. તેથી કેચ કરવાનો સમય વધવાથી કેચ કરીને દડો રોકવા માટે ઓછા બળની જરૂર પડે છે. તેથી દડો હાથ પર ઓછું બળ લગાડે છે અને હાથને ઈજા થતી નથી.

(2) ઊંચા કૂદનો ખેલાડી ફોમના ગાદલા પર કૂદકો મારે છે. જો તે સિમેન્ટવાળા જમીન પર કૂદકો મારે તો વેગમાનનો ફેરફાર ખૂબ જ ટૂંક સમયગાળામાં થાય છે, તેથી બળ વધુ લાગે છે. અને ખેલાડીઓને ઈજા થાય છે પણ જો ખેલાડી

ફોમના ગાદલા પર કૂદકો મારે તો વેગમાનનો ફેરફાર ધીમો થાય છે અને તેનો સમયગાળો મોટો હોવાથી બળ ઓછું લાગે છે અને ખેલાડીને ઇજા થતી નથી.

(3) પેકિંગ કરવા માટે કાચનાં વાસણોને ઘાસ કે કાગળમાં વીંટાળવામાં આવે છે. કાચના વાસણ નીચે પડી જવાના કિસ્સામાં આઘાતને ઘાસ કે કાગળમાંથી પસાર કરીને કાચના વાસણ સુધી પહોંચવામાં વધુ સમય લાગે છે. પરિણામે સમય વધવાથી કાચના વાસણ પર ઓછું બળ લાગે છે અને વાસણની ભાંગતૂટ ઘટાડી શકાય છે.

(4) સ્કૂટર, કાર, બસ જેવા વાહનોમાં shock-absorber રાખવામાં આવે છે. જ્યારે વાહન અસમતલ, ઊંચા નીચા રોડ પર ચાલે છે ત્યારે આઘાતી બળ લાગે છે. શોક-એબ્સોર્બર આ આઘાતી સમયની બળની સમય વધારે છે અને તેથી વાહનચાલકને લાગતો આંચકો ઘટાડી શકાય છે.

(5) ટ્રેનમાં બે ડબ્બાઓની વચ્ચે બફર સ્પ્રિંગ રાખવામાં આવે છે. જ્યારે બે ડબ્બાઓને જોડવામાં આવે છે ત્યારે વધારે ઝટકો લાગે છે. બફર સ્પ્રિંગને કારણે આઘાતનો સમય વધે છે અને જેથી ઝટકો ઓછો લાગે છે.

Q.6. તફાવત આપો :

	કેન્દ્રગામી બળ	કેન્દ્રત્યાગી બળ
1	વર્તુળના કેન્દ્ર તરફ ત્રિજ્યા દ્વારા લાગતું બળ કે પદાર્થને એકસરખા વેગથી, વર્તુળપથ પર ગતિ કરાવે છે તેને કેન્દ્રગામી બળ કહે છે.	1. અચળ વેગથી, વર્તુળગતિ કરતાં પદાર્થ ઉપર તેના કેન્દ્રથી દૂર લઈ જવા માટે જે બળ લાગે તેને તેને કેન્દ્રત્યાગી બળ કહે છે.

2. Eg : વળાંકવાળા રસ્તાઓ	2. Eg : સાયકલ સવારનું નમન
3. પદાર્થ અચળ વેગથી, વર્તુળાકાર ગતિ કરતો હોય ત્યારે કેન્દ્ર તરફ કેન્દ્રગામી બળ લાગે છે જેને લીધે પદાર્થ દૂર ફેંકાઈ જતો નથી	3. પદાર્થ અચળ વેગથી, વર્તુળગતિ કરતો હોય ત્યારે કેન્દ્રગામી બળ જેટલું વિરુદ્ધ દિશામાં કેન્દ્રત્યાગી બળ લાગે છે જે પદાર્થને દૂર લઈ જવા પ્રયત્ન કરે છે.

Q.7 કેન્દ્રગામી બળ અને કેન્દ્રત્યાગી બળના ઉદાહરણ જણાવો.

→ કેન્દ્રગામી બળ અને કેન્દ્રત્યાગી બળના ઉદાહરણો :

(1) મોટરકાર વર્તુળાકાર રસ્તા ઉપર ગતિ કરે છે ત્યારે રસ્તા અને ટાયર વચ્ચે લાગતું ઘર્ષણબળ જોઈતું કેન્દ્રગામી બળ પૂરું પાડે છે. આ ઘર્ષણબળ કેન્દ્રત્યાગી બળનું સંતુલન કરે છે. જો રસ્તો ખૂબ જ લીસો હોય તો ઘર્ષણબળ ઓછું લાગે છે. પરિણામે મોટરકાર લપસી પડે છે. આ માટે રસ્તાઓની અંદરની ધાર બહારની ધાર કરતાં થોડી નીચી રાખવામાં આવે છે. આમ વળાંકવાળા રસ્તા ઢળતા બનાવવામાં આવે છે.

(2) સાયકલ અને ગાડીમાં મડગાર્ડ (કાદવ રક્ષક) : જ્યારે રોડ ઉપર સાયકલ અથવા કાર જતી હોય ત્યારે કાદવ, ધૂળ વગેરે ટાયરને ચોંટે છે અને વેગ વધતાં તે સ્પર્શરેખાય ઊડે છે. પરિણામે ~~[illegible]~~ સવારી કરનારનાં કપડાં બગાડે છે. આ માટે ટાયર પર મડગાર્ડ ~~[illegible]~~ રાખવામાં આવે છે.

(3) વળાંકવાળા રસ્તાઓ અને turning પાસે સાયકલ સવારનું નમન ~~[illegible]~~ પણ કેન્દ્રગામી બળ અને કેન્દ્રત્યાગી બળના ઉદાહરણો છે.

Scanned with OKEN Scanner

★ ટૂંક નોંધ લખો :

1. ગનની રિકોઈલ (Recoil of gun) :

→ રાઈફલમાંથી ફોડેલી ગોળી (બુલેટ) આગળ જાય ત્યારે રાઈફલ પાછળની દિશામાં ધકેલાય છે. જો રાઈફલ વડે બુલેટ પર $\vec{F}$ બળ લાગે તો બુલેટ વડે રાઈફલ પર લાગતું બળ $-\vec{F}$ થાય.

→ બુલેટ ફોડતાં પહેલાં બુલેટ અને રાઈફલ બંને સ્થિર છે તેમના વેગમાન અનુક્રમે $\vec{p_b}$ અને $\vec{p_r}$ શૂન્ય છે.

તેથી તેમનું કુલ પ્રારંભિક વેગમાન

$$p_b + p_r = 0 \quad \text{——— (1)}$$

→ હવે ન્યૂટનની ગતિના બીજા નિયમ પરથી...

* બુલેટના વેગમાનમાં ફેરફાર $= p'_b - p_b = \vec{F}\Delta t$ ——— (2)

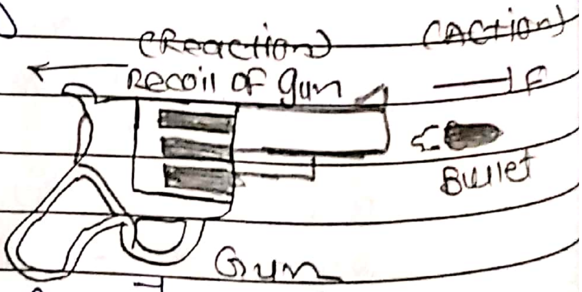
* રાઈફલના વેગમાનમાં ફેરફાર : $p'_r - p_r = -\vec{F}\Delta t$ ——— (3)

હવે (2) અને (3) નો સરવાળો કરતાં...

$$\therefore p'_b - p_b + p'_r - p_r = \vec{F}\Delta t - \vec{F}\Delta t$$

$$\therefore p'_b - p_b + p'_r - p_r = 0$$

$$\therefore p'_b + p'_r = p_b + p_r$$



→ એટલે કે,

[(બુલેટ + રાઈફલ) નું અંતિમ વેગમાન] = [(બુલેટ + રાઈફલ) નું પ્રારંભિક વેગમાન]

2. રોકેટ પ્રોપલ્શન (Rocket Propulsion):

રોકેટના હિસ્સામાં, તેમાં રહેલાં બળતણનું દહન થતાં વાયુ ઉત્પન્ન થાય છે. જે તેના છેવાડામાં તળિયે રહેલાં કાણામાંથી ખૂબ વેગથી બહાર નીકળે છે. પરિણામે રોકેટ પર ન્યૂટનના ગતિના ત્રીજા નિયમ મુજબ વિરુદ્ધ દિશામાં પ્રત્યાઘાત લાગે છે. આમ રોકેટ ઊંચે જાય છે. આમ ક્રમશઃ દહન બળતણ ઓછું થવાથી રોકેટનું કુલ દળ સમય સાથે ઘટતું જાય છે.

→ વાયુ, રોકેટની સાપેક્ષે અચળ વેગથી બહાર નીકળતો ગણી શકાય અને તેથી વાયુના બહાર નીકળવાનો દર અને પરિણામે વેગમાનના ફેરફારનો દર પણ અચળ ગણી શકાય. જોકે રોકેટના દળમાં સતત ઘટાડો થતો હોઈને તેના પર લાગતું બળ અચળ હોવા છતાં પ્રવેગનું મૂલ્ય અચળ રહેતું નથી પણ વધતું જાય છે.

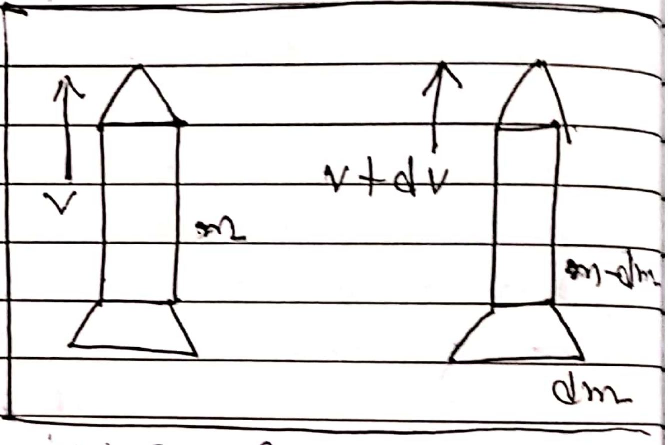
→ અવકાશમાં પ્રયોગો કરવા માટે રોકેટમાં જે સાધનો મૂકેલા હોય તેને Payload કહે છે. રોકેટની ગતિની દિશાને ઉપરની દિશા તરફ લઈશું. રોકેટ અને તેમાં રહેલા Fuel ને તંત્ર તરીકે ગણતાં કોઈ પણ સમયે t એ તેના દળને m વડે અને વેગને v_r વડે દર્શાવીશું. આ વેગ સ્થિર નિર્દેશ ફ્રેમની સાપેક્ષે લીધેલ છે. રોકેટમાં આ Fuel નું દહન થતાં બહાર નીકળતાં વાયુનો, રોકેટની સાપેક્ષે વેગ ધારો કે v_g છે. આ બહાર નીકળતાં વાયુનો વેગ અને તેના પરિણામે રોકેટને મળતો વેગ એકબીજાને વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે. માટે રોકેટની સાપેક્ષમાં આ વાયુના વેગને $-v_g$ વડે દર્શાવી શકાય. આપણે લીધેલ સ્થિર નિર્દેશ ફ્રેમની સાપેક્ષે વાયુનો વેગ $= v_r - v_g$ થશે.

કોઈ સમય t એ રોકેટનું વેગમાન $= m v_r$ —— (1)

→ હવે સમય t પછીના dt જેટલા અતિસૂક્ષ્મ સમયગાળામાં રોકેટના દળમાં ધારો કે dm જેટલો ઘટાડો થાય છે.

∴ dt સમય બાદ રોકેટનું દળ = $m - dm$ અને રોકેટનો વેગ $v_r + dv_r$ થશે.

પૃથ્વીની સાપેક્ષે $t + dt$ સમયે રોકેટનું વેગમાન = $(m - dm)(v_r + dv_r)$



બહાર નીકળતા વાયુનું વેગમાન = $dm(v_r - v_g)$

આમ, dt જેટલા સૂક્ષ્મ સમયગાળાના બાદ સમગ્ર તંત્રનું કુલ વેગમાન =

$$= (m - dm)(v_r + dv_r) + dm(v_r - v_g)$$
$$= m v_r + m\,dv_r - dm\,v_g$$

→ અહીં આપણે પદ $(dm)(dv_r)$ અત્યંત નાનું હોઈ અવગણેલ છે.

હવે બાહ્ય બળ શૂન્ય હોઈને વેગમાનના સંરક્ષણના નિયમ પરથી,

$$M v_r = m v_r + m\,dv_r - dm\,v_g$$
$$dm\,v_g = m\,dv_r$$

$$-v_g \frac{dm}{dt} = m \frac{dv_r}{dt} \quad \text{—} (2)$$

સમય સાથે દળ ઘટતું હોવાથી ઋણ નિશાની મૂકેલ છે.

→ અહીં $\frac{dv_r}{dt}$ એ રોકેટનો પ્રવેગ હોઈ $m\frac{dv_r}{dt}$ એ રોકેટ પર લાગતું બળ (F) છે. અને માટે પદ $-v_g \frac{dm}{dt}$ એ રોકેટના વેગની દિશામાં લાગતું બળ છે. આમ $v_g \frac{dm}{dt} = F$ ને રોકેટ પર લાગતો ધક્કો કહે છે. આ thrust નું મૂલ્ય વધારવા માટે રોકેટમાંથી બહાર નીકળતા વાયુનો વેગ v_g વધારવો જોઈએ અથવા રોકેટના દળ ઘટાડવાનો દર વધારવો જોઈએ.

→ Launching વખતે રોકેટના વજનબળ કરતાં thrust વધુ હોવો જરૂરી છે. સમીકરણ (2) પરથી $-\frac{dm}{m} = \frac{dv_r}{v_g}$

→ જ્યારે રોકેટનું પ્રારંભિક દળ m_0 હોય ત્યારે તેનો વેગ શૂન્ય હોય છે. અને જ્યારે તેનું દળ m જેટલું બાકી રહ્યું હોય ત્યારના વેગને v કહીએ તો સમીકરણ (2) નું સંકલન કરતાં,

$$V = V_g \ln\left(\frac{m_0}{m}\right) \text{ મળે.} \quad \text{—— (3)}$$

→ રોકેટનું પ્રારંભિક દળ $m_0 = m_{payload} + body + m_{fuel}$ જ્યારે આ રોકેટમાંનું બધું જ fuel પૂરું થાય ત્યારે રોકેટનું દળ $= m_{payload} + body$ અને આ વખતે રોકેટનો વેગ મહત્તમ હશે કે જે સમીકરણ (3) પરથી નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$V(max) = V_g \ln\left(\frac{m_{fuel} + m_{payload} + m_{body}}{m_{payload} + m_{body}}\right)$$

$$V(max) = V_g \ln\left(\frac{m_{fuel}}{m_{payload} + m_{body}} + 1\right)$$

→ આ સમીકરણ પરથી જોઈ શકાય છે કે વધુ મહત્તમ વેગ પ્રાપ્ત કરવા fuel અને Payload ના દળનો ગુણોત્તર વધુ હોવો જોઈએ.

3. વળાંકવાળા રસ્તાઓ (Banking of roads):

→ રસ્તાઓ જ્યાં વળાંક હોતા હોય તે સમક્ષિતિજ ન બનાવતાં ઢાળવાળા બનાવવામાં આવે છે. જ્યારે કોઈ વાહન અથવા ટ્રેન સમક્ષિતિજ વળાંકવાળા માર્ગ પર ગતિ કરે છે ત્યારે વર્તુળાકાર માર્ગે ગતિ કરવા માટે જરૂરી કેન્દ્રગામી બળ વાહનના ટાયર અને રસ્તા વચ્ચેના ઘર્ષણબળમાંથી મળી રહે છે. અથવા ટ્રેનના કિસ્સામાં જરૂરી કેન્દ્રગામી બળ પૈડાંના અંદરની ધાર પર પાટા વડે લાગતાં બળથી મળી રહે છે. ઘણી વાર વધુ ઝડપ માટે, ઘર્ષણબળ દ્વારા મળતું કેન્દ્રગામી બળ પૂરતું ન હોતું નથી અને વાહન રસ્તા પરથી ફેંકાઈ જાય એવો ભય રહેલો છે. આથી રસ્તાના વળાંક પાસે વાહનને પૂરતું કેન્દ્રગામી બળ મળી રહે તે માટે રસ્તાઓને વળાંક પાસે ઢળતા બાંધવામાં આવે છે.

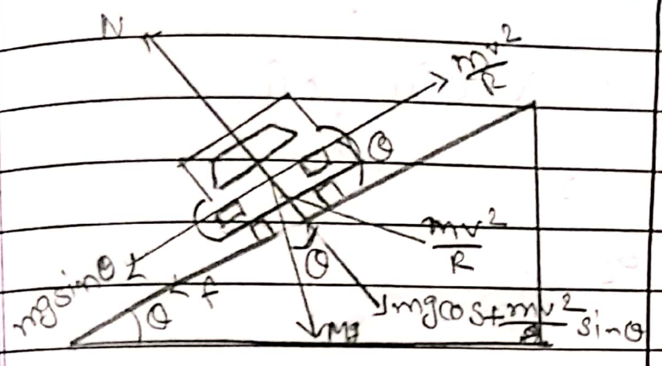
રસ્તા બનાવતી વખતે, વળાંક માટે નીચેનું સૂત્ર મળે છે.

કેન્દ્રગામી બળનો ઘટક = વજનનો ઘટક

$$\frac{mv^2}{R}\cos\theta = mg\sin\theta$$ જ્યાં θ = ઢાળનો ખૂણો.

$\frac{mv^2}{R} = mg\tan\theta$ v : વાહનની ઝડપ

$\frac{mv^2}{R} = mg\tan\theta$ R : રસ્તાના વળાંકની વક્ર ત્રિજ્યા



$\frac{mv^2/R}{mg} = \tan\theta$

g : ગુરુત્વ પ્રવેગ

$\frac{v^2}{Rg} = \tan\theta$

$\frac{mv^2}{R}$: કેન્દ્રગામી બળ

m = વાહનનું દળ

$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$

4. સાયકલ સવારનું નમન (Bending of cyclist):

→ જ્યારે સાયકલ સવાર વળાંક લે છે ત્યારે તેને કેટલાક કેન્દ્રગામી બળની જરૂર પડે છે. વળાંક દરમિયાન જો તે પોતાના શરીરને ઊર્ધ્વ રાખે તો તેનું વજન કેન્દ્ર તરફ બળ હોય છે. આ સંજોગોમાં તેને જરૂરી કેન્દ્રગામી બળ ટાયર અને રસ્તા વચ્ચેના ઘર્ષણબળ દ્વારા મળે છે.

m દળના વાહનને r ત્રિજ્યાના સમક્ષિતિજ વર્તુળાકાર માર્ગ પર v જેટલી ઝડપથી ગતિ સમાન રીતે કરતું હોય તો વાહનને કેન્દ્રગામી બળ

$F_c = \frac{mv^2}{r}$ જેટલું બળ તો મળવું જ જોઈએ

(૦ કેન્દ્રગામી બળ $F_c = \frac{mv^2}{r}$)

ટાયર અને રસ્તા વચ્ચેના ઘર્ષણ દ્વારા મળતું ઘર્ષણ બળ $f_m = \mu_s mg$

μ_s = ટાયર અને રસ્તા વચ્ચેનો ઘર્ષણાંક

→ જો વાહનની ઝડપ v હોય તો,

$$\mu_s mg > \frac{mv^2}{r}$$

જો વાહનની મહત્તમ સલામત v_{max} માટે,

$$\frac{mv_{max}^2}{r} = \mu_s mg$$

$$v_{max} = \sqrt{\mu_s r g}$$

→ મહત્તમ સલામત ઝડપના આ સૂત્રમાં વાહનનું દળ આવતું નથી. માટે નાનું સ્કૂટર હોય કે મોટી ટ્રક હોય પણ તેમાંથી વધુ ઝડપ ~~[illegible]~~ રાખવી જોઈએ નહીં.

→ આ વ્યવસ્થામાં રોડનું ઘર્ષણ આધારિત હોવાથી તેના પર નિર્ભરતા સુરક્ષિત નથી.

→ કેન્દ્રગામી બળ માટે ઘર્ષણબળ પરનો આધાર ઓછો કરવા માટે સાઇકલ સવારને વળાંક લેતી વખતે તેની ઉર્ધ્વ સ્થિતિથી થોડું અંદરની તરફ વળવું પડે છે. આમ જમીન સમક્ષિતિજ દિશામાં સંપર્ક બળનો ઘટક જરૂરી કેન્દ્રગામી બળ પૂરું પાડે છે. ઉર્ધ્વ દિશા સાથે

નમન ના ખૂણાની ગણતરી કરવા માટે,

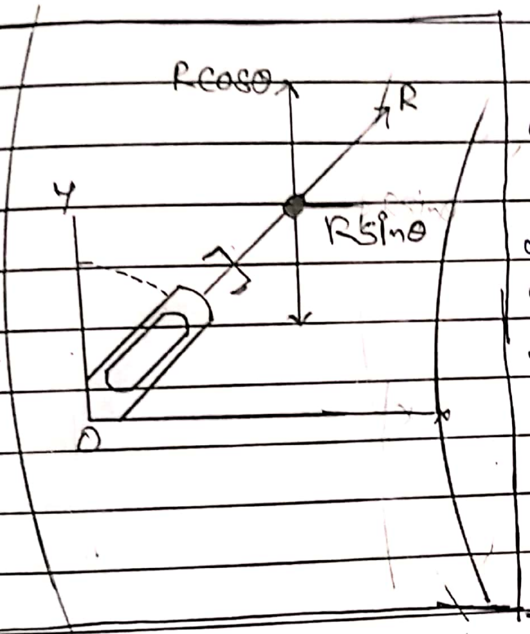
ધારો કે,

m = સાઇકલ સવારનું દળ

v : વળાંક લેતા વખતે સાઇકલ સવારનો વેગ

r : ગોળાકાર માર્ગની ત્રિજ્યા

θ : ઉર્ધ્વ દિશા સાથે નમન નો ખૂણો.



આકૃતિમાં સાઇકલ સવારનું વજન mg ગુરુત્વકેન્દ્રમાં નીચેની તરફ લાગતું છે. R સાઇકલ સવારનું જમીન સાથેનું સંપર્ક બળ છે. તે ઉર્ધ્વ દિશા સાથે θ ખૂણો લાગે છે

R નું ઘટકોમાં વિભાજન કરી શકાય છે.

$R\cos\theta$, vertical ઊર્ધ્વ દિશામાં

$R\sin\theta$ સમક્ષિતિજ દિશામાં ગોળાકાર રેખાની મધ્ય તરફ.

સંતુલનમાં $R\cos\theta$ સાયકલ સવારનું વજન સંતુલિત કરે છે

$$\therefore R\cos\theta = mg \quad \text{——— (1)}$$

અને $R\sin\theta$ જરૂરી કેન્દ્રગામી બળ પૂરું પાડે છે.

$$\therefore R\sin\theta = \frac{mv^2}{r} \quad \text{——— (2)}$$

સમીકરણ (2) ને (1) વડે ભાગતાં,

$$\frac{R \sin\theta}{R \cos\theta} = \frac{mv^2}{r\,mg}$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

3/1/23